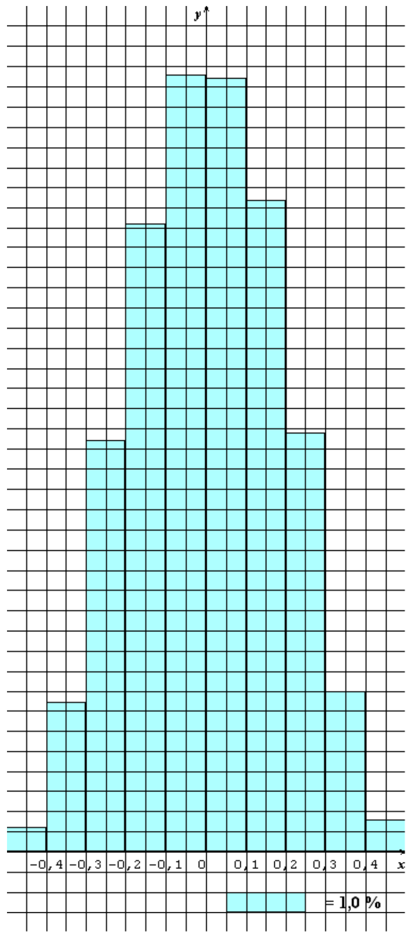
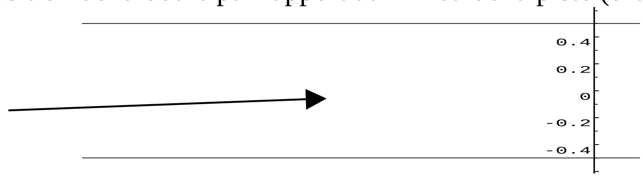
Expérience aléatoire ayant un univers infini



L'expérience aléatoire consiste à lancer une boule de bowling puis à mesurer, en bout de piste, la position de la boule par rapport au milieu de la piste (d'un mètre de large).



Dans quel sens peut-on dire que l'univers de cette expérience aléatoire est infini?

Partie A : étude statistique

En réitérant plusieurs fois cette expérience, on relève tous les résultats obtenus.

classes	]-0,5;-0,4]	]-0,4;-0,3]	]-0,3;-0,2]	]-0,2;-0,1]	]-0,1;0]	]-0;0,1]	]0,1;0,2]	]0,2;0,3]	]0,3;0,4]	]0,4;0,5]
effectifs	6	37	102	156	193	192	162	104	40	8
fréquences										
fréquences cumulées croissantes										

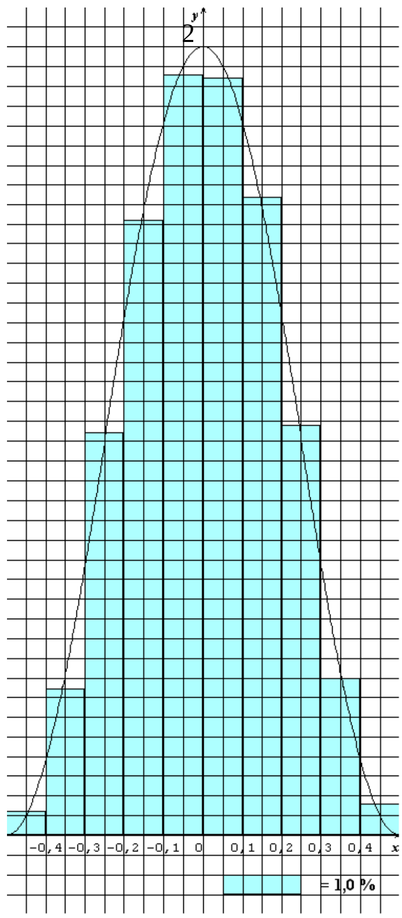
1) Remplir les deux dernières lignes du tableau.

2) Donner la fréquence de la classe]-0,5 ; -0,2] puis celle de la classe]-0,5 ; 0,2].
En déduire la fréquence de la classe]-0,2 ; 0,2].

3) On a représenté ci-contre l'histogramme des fréquences de cette série statistique.
Comment sont représentées les valeurs précédentes sur cet histogramme ?

4) Estimer la fréquence de la classe]-0,05 ; 0,05]. Comment pourrait-on préciser cette valeur?

Partie B : modélisation mathématique



On note X la variable aléatoire mesurant la position de la boule par rapport au milieu de la piste. Pour supprimer "l'effet d'escalier" des regroupements en classe précédents, on choisit pour tenter de modéliser la situation observée d'utiliser la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \cos(2\pi x) + 1$ si $x \in [-0,5 ; 0,5]$

$f(x) = 0$ sinon

Ainsi les fréquences cumulées croissantes précédentes sont estimées, par le biais de ce modèle, par l'aire sous la courbe $\mathscr{C}_f$ à gauche de la valeur considérée :

$$P(X \leq k) = \int_{-0,5}^{k} f(t)dt$$

1) Remplir à l'aide de cette formule de tableau suivant:

k	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$P(X \leqslant k)$										

Le modèle proposé est-il en adéquation avec les résultats observés?

2) Soient a et b deux nombres réels de l'intervalle $[-0,5 ; 0,5]$. Exprimer $P(a < X \leqslant b)$ en fonction de f.

$$P(a < X \leqslant b) =$$

3) Remplir alors le tableau suivant:

I	]-0,5;-0,4]	]-0,4;-0,3]	]-0,3;-0,2]	]-0,2;-0,1]	]-0,1;0]	]-0;0,1]	]0,1;0,2]	]0,2;0,3]	]0,3;0,4]	]0,4;0,5]
P(X∈I)										

3) Calculer : $P(-0,05 < X \leqslant 0,05) =$