Calculs dans $\mathbb{R}$

Les produits de nombres réels : Soient $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$

règle …	formules	Commentaires ou exemple(s)
… des signes	$a\times(-b)=(-a)\times b=-ab$ $(-a)\times(-b)=ab$	
… de distributivité	$a\times(b+c)=ab+ac=(b+c)\times a$	
… du produit nul	si $ab=0$ alors $a=0$ ou $b=0$	
… de simplification	si $ac=bc$ et $c\neq 0$ alors $a=b$	
… des produits remarquables	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	

Les quotients de nombres réels : Soient $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$, $c \in \mathbb{R}$, $d \in \mathbb{R}^*$ et $k \in \mathbb{R}$

règle …	formules	commentaires ou exemple(s)
… des signes	$\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$	
… de simplification	si $k\neq 0$ alors $\frac{ka}{kb}=\frac{a}{b}$	
… de l'égalité	si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ alors $ad=bc$	
… de l'addition	$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$	
… de multiplication	$k\times\frac{a}{b}=\frac{ka}{b}$ $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	
… de division	si $a\neq 0$ alors $\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$ si $c\neq 0$ alors $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$	

Les radicaux.

Définition: soit a un réel positif ou nul, le nombre $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif ou nul qui élevé au carré donne a.

formulation équivalente: si $b \in \mathbb{R}$, $b>0$ alors : $b^2=a$ si et seulement si $b=\sqrt{a}$

Soient $a \in \mathbb{R}^+$ $b \in \mathbb{R}^+$, et $c \in \mathbb{R}$ alors :

règle …	formules	commentaires ou exemple(s)
… de multiplication	$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$	
… de division	si $b\neq 0$ alors $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	
… de l'égalité	si $c^2=a$ alors $c=\sqrt{a}$ ou $c=-\sqrt{a}$	

Pièges à éviter: $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$ en général. Contre exemple:

$\sqrt{x^2}=x$ si et seulement si $x\geq 0$. Contre exemple :

Les exposants.

Définition: soit a un réel et n un entier naturel alors $a^n=\underbrace{a\times\ldots\times a}_{n \text{ fois}}$; $a^0=1$; $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

remarque: d'après cette définition, si $a\neq 0$ alors $a^{-n}=\frac{1}{\underbrace{a\times\ldots\times a}_{n \text{ fois}}}=\underbrace{\frac{1}{a}\times\ldots\times\frac{1}{a}}_{n \text{ fois}}$

Soient $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}^*$, $n \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$

règle …	formules	commentaires ou exemple(s)
… du produit de puissances d'un même nombre	$a^n\times a^p=a^{n+p}$	
… de division de puissances d'un même nombre	$\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$	
… de la puissance d'une puissance d'un nombre	$(a^n)^p=a^{n\times p}$	
… de la puissance d'un produit de deux nombres	$(a\times b)^n=a^n\times b^n$	
… de la puissance d'un quotient de deux nombres	$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$	
… des puissances de dix (n>0)	$10^n=1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ $10^{-n}=\underbrace{0,0\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$	

Notation scientifique : tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a\times10^n$ où a est un nombre décimal vérifiant $1\leq a<10$ et n est un entier relatif. Cette notation est appelée **notation scientifique** du nombre.