Étude de la nature d'une intégrale impropre.

1. Démontrer que f est continue par morceaux (souvent continue « tout court ») sur un intervalle I. Si I est un intervalle ouvert, le scinder en deux intervalles semi-ouverts.
2. Étudier le signe de $f(x)$ sur l'intervalle I.

Si $f(x)$ est du signe constant sur I alors 2 cas peuvent se présenter:

$\int_I f(t)\mathrm{d}t$ est de même nature que $\int_I |f(t)|\mathrm{d}t$

c'est-à-dire

$\int_I f(t)\mathrm{d}t$ est convergente si et seulement si $\int_I f(t)\mathrm{d}t$ est absolument convergente.

Si $f(x)$ n'est pas de signe constant sur I alors 3 cas peuvent se présenter :

	absolument convergente	semi-convergente	divergente
$\int_I f(t)\mathrm{d}t$ est...	...convergente	...convergente	...divergente
$\int_I \|f(t)\|\mathrm{d}t$ est..	...convergente	...divergente	...divergente

	Pour un intervalle borné et semi-ouvert : $]a;b]$ (ou $[b;a[$)	Pour un intervalle non borné et semi-ouvert : $[b;+\infty[$ (ou $]-\infty;b]$)
A connaître	$\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$ est ...	$\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{\alpha t}\mathrm{d}t$ est convergente si et seulement si ...
Intégrales de Riemann	$\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$ est convergente si et seulement si ...	$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$ est convergente si et seulement si ...
Utilisation des limites	S'il existe un réel l tel que $\lim_{t\to a} f(t)=l$ alors $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ est ...	S'il existe un réel $l\neq 0$ tel que $\lim_{t\to+\infty} f(t)=l$ alors $\int_b^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ est ...
Si f est de signe constant sur l'intervalle I.	Théorème de comparaison au voisinage du réel a :	Théorème de comparaison au voisinage de $+\infty$ (ou de $-\infty$) :
	Théorème d'équivalence au voisinage du réel a :	Théorème d'équivalence au voisinage de $+\infty$ (ou de $-\infty$) :
Si f est de signe quelconque l'intervalle I.	Soit un réel $\mathrm{T}\in]a;b]$, calculer $\int_\mathrm{T}^b f(t)\mathrm{d}t$ (recherche de primitive, changement de variable, IPP, etc...) puis évaluer $\lim_{\substack{\mathrm{T}\to a\\ \mathrm{T}>a}} \int_\mathrm{T}^b f(t)\mathrm{d}t$.	Soit un réel $\mathrm{T}>b$, calculer $\int_b^\mathrm{T} f(t)\mathrm{d}t$ (recherche de primitive, changement de variable, IPP,...) puis évaluer $\lim_{\mathrm{T}\to+\infty} \int_b^\mathrm{T} f(t)\mathrm{d}t$.
	Il suffit que la fonction f soit bornée sur l'intervalle $]a;b]$ pour assurer que la fonction f soit intégrable sur l'intervalle $]a;b]$. Si f n'est pas bornée sur $]a;b]$, encadrer f au voisinage de a , utiliser la croissance de l'intégrale puis le théorème des gendarmes.	Encadrer $f(t)$ au voisinage de $+\infty$, utiliser la croissance de l'intégrale, puis appliquer le théorème des gendarmes à $\int_b^\mathrm{T} f(t)\mathrm{d}t$ pour déterminer la limite quand T tend vers le réel $+\infty$.
	Appliquer la formule d'IPP sur $\int_\mathrm{T}^b f(t)\mathrm{d}t$, déterminer la limite du « crochet » en a et étudier la limite de l'intégrale restant.	Appliquer la formule d'IPP sur $\int_b^\mathrm{T} f(t)\mathrm{d}t$, déterminer la limite du « crochet » en a et étudier la limite de l'intégrale restant.