

Premières figures, premières observations avec Geoplan-Geospace

I - Votre première figure avec Geoplan

Cette activité était déjà présentée dans GeoplanW. On a seulement actualisé ce qui devait l'être : article de menu, boutons et raccourcis clavier.

Lancez Geoplan-Geospace puis dans le menu choisissez *Fichier* puis *Nouvelle figure du plan*.

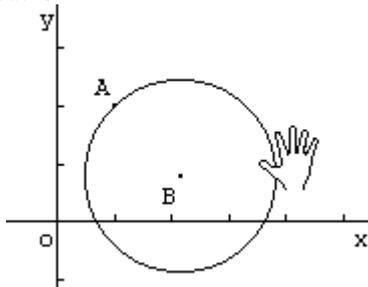
Création de la figure

Pour obtenir les curseurs et les boutons de la barre d'outils, les dessins de ce paragraphe ont été réalisés à partir de copies d'écran.

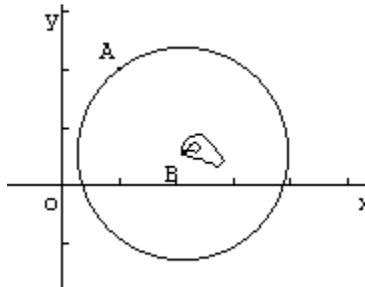
- Vous disposez d'une figure vide en apparence, avec sa barre de menus et sa barre d'outils. Cliquez sur le bouton reproduit ci-contre pour faire apparaître le repère prédéfini R_{oxy} . 
- Créez un point repéré dans le plan (menu *Créer, Point, Point repéré, dans le plan*), en entrant l'abscisse **1** puis l'ordonnée **2** puis le nom du point **A**. Ne vous préoccupez pas, pour le moment, des boutons situés en bas de la boîte de dialogue (ils facilitent l'écriture des expressions ; consultez l'aide si vous voulez en savoir plus).
- Créez un point libre **B** (menu *Créer, Point, Point libre, dans le plan*).
- Créez le cercle de centre **B** passant par **A** (menu *Créer, Ligne, Cercle, Défini par centre et un point*). Nommez le **C**.
- Créez un point libre **M** sur **C**. Si le point M n'apparaît pas sur l'écran, voir le paragraphe "Changement de cadrage, déplacement d'un point libre" ci-dessous.
- Créez le milieu **I** du segment **[AM]**.
- Créez, si vous le souhaitez, le segment **[AM]**.

Changement de cadrage, déplacement d'un point libre

Enfoncez le bouton droit de la souris. Le curseur se transforme en "main". Déplacez la souris : le cadrage change. Vous pouvez également changer le cadrage à l'aide des boutons ">" ou "<" de la barre d'outils.



Placez le curseur sur le point libre **B** avec la souris, enfoncez le bouton gauche de la souris (le curseur change d'aspect), maintenez le bouton enfoncé et déplacez **B** pour modifier le cercle **C**.



Vérification et changement de style

Utilisez le bouton (reproduit ci-contre) de la barre d'outils pour voir les rappels des objets prédéfinis et des objets construits. Fermez la fenêtre de rappel (case de fermeture dans la barre de titre ou touche d'échappement).



Maintenez la touche **Ctrl** enfoncée et cliquez sur un point du cercle **C** avec le **bouton gauche de la souris**. Il s'ouvre une fenêtre rappelant la définition du cercle. Vous pouvez faire de même pour les autres objets dessinés.

**Ctrl
click**

Utilisez l'article *Style crayon* du menu *Divers* ou le bouton correspondant de la barre d'outils (voir ci-contre) pour ouvrir la boîte de style et faites des essais de coloriage (si nécessaire, appelez l'aide en appuyant sur le bouton marqué "?" dans la boîte de style).



Traces d'un point

Pour obtenir une représentation de l'ensemble des points I lorsque M décrit C on peut demander la trace de I.

- Il faut d'abord définir les objets dont on veut garder la trace (menu *Afficher, Sélection trace*) ; sélectionnez la ligne définissant le point I, appuyez sur le bouton marqué "Ok".

- Appuyez sur le bouton Trace de la barre d'outils (reproduit ci-contre) ou passez en "mode trace" (menu *Afficher, mode trace*). Observez le changement du bouton sur la barre d'outils, "il est enfoncé".



La plupart des boutons deviennent plus clairs et inactifs, des menus ou articles de menu deviennent grisés. Pour éviter des ambiguïtés, en "mode trace" ou en "mode trace à la demande" beaucoup d'actions sont interdites.

- Déplacez M à la souris.

Il faut sortir du "mode trace" (même bouton de la barre d'outil ou même article que pour entrer en mode trace) pour toute autre action sur la figure.

Création d'un ensemble de points

On peut aussi créer la courbe lieu du point I (menu *Créer, Ligne, Courbe, Lieu d'un point*) pilote M, découpage 200.

Déplacez M, vérifiez que I se déplace sur sa courbe.

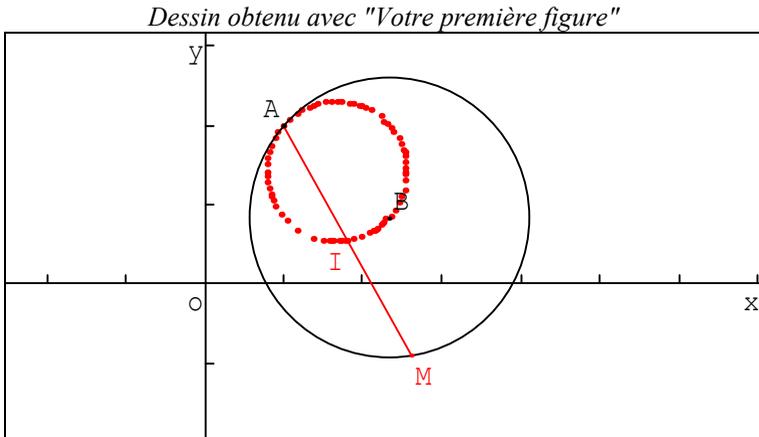
Déplacez B, le lieu de I se modifie...

Création d'un affichage

On peut faire afficher la longueur BI (même si c'est de peu d'intérêt ici...). Il faut pour cela :

- créer le réel **a** égal à la longueur BI (menu *Créer, Numérique, Calcul géométrique, longueur d'un segment*),
- créer l'**affichage de a** (menu *Créer, Affichage, scalaire déjà défini*). Cet affichage peut être déplacé, on peut changer sa couleur. On peut à l'aide de la souris modifier la hauteur de zone des affichages en cliquant sur le double trait de séparation.

Déplacez M pour voir l'affichage s'actualiser.



Rappels de quelques objets de "Votre première figure"

- R_{oxy}** repère orthonormal
- A** point de coordonnées (1,2) dans le repère **R_{oxy}**
- B** point libre
- C** cercle de centre **B** passant par **A**
- M** point libre sur le cercle **C**
- I** milieu du segment **[AM]**
- Segment **[AM]**

II - Quelques situations de départ avec Geospace

Toutes ces activités sont reprises de la brochure accompagnant la version GeospacW et ont juste fait l'objet de l'actualisation nécessaire.

Tous les fichiers utilisés dans ce paragraphe se trouvent dans le répertoire ObserveEspace.

Observer les propriétés des figures

L'objectif de cette activité est l'utilisation de différentes options de représentation offertes par Geospace pour découvrir les propriétés d'une figure et les utiliser pour faire des calculs ou des démonstrations.

Il est nécessaire d'avoir déjà fait des manipulations pour changer de vues : on pourra commencer par la situation proposée dans "Différentes vues d'une même figure" page 33.

L'activité se décompose en plusieurs parties⁶ : dans la première, on observe les représentations d'une figure, dans la deuxième, après avoir admis ou démontré les propriétés intéressantes, on effectue des calculs en utilisant les théorèmes classiques de la géométrie plane. Dans la troisième, on laisse les élèves organiser leurs observations et leurs calculs dans d'autres situations (il n'est évidemment pas nécessaire que tous les élèves étudient les quatre figures proposées) et dans la dernière, on essaie de dresser un catalogue de manipulations utiles pour observer des propriétés usuelles sur les points et les droites.

Naturellement toutes les observations faites dans la première partie ne peuvent donner lieu qu'à des conjectures puisque aucune information n'est fournie sur la construction de la figure. Tous les objets sont à rappels limités (seul leur genre⁷ est fourni dans les rappels). Il faudra prendre toutes les précautions utiles quant au statut logique des différentes affirmations des élèves et on pourra, selon les connaissances qu'ils ont, leur demander de justifier certaines propriétés dans la suite de l'activité lorsqu'ils découvriront la définition des différents objets.

⁶Si on distribue aux élèves une fiche de travail, il sera évidemment préférable d'attendre la fin des observations de la première figure (première partie) pour donner la suite.

⁷Le genre d'un objet créé dans Geospace peut être : point, droite, fonction, etc.. Dans Geospace comme dans Geoplan, on peut créer des objets à rappels limités en travaillant directement sur le texte de la figure dans l'éditeur de texte.

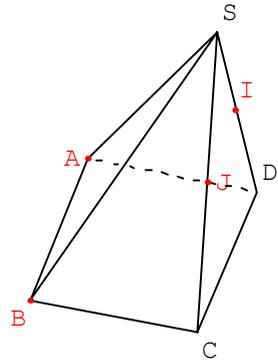
Dans chaque situation, les notions mathématiques nécessaires aux calculs sont les théorèmes de la géométrie plane (théorème de Thalès et théorème de Pythagore). Pour démontrer les propriétés de la figure, on a besoin des propriétés élémentaires de géométrie de l'espace concernant le parallélisme et l'orthogonalité.

I. Utiliser les différentes vues pour observer

Lancer le logiciel, ouvrir la figure *Observe1.g3w* (menu *Fichier*, article *Ouvrir une figure de l'espace*). **SABCD** est une pyramide de sommet **S**, **I** et **J** sont deux points.

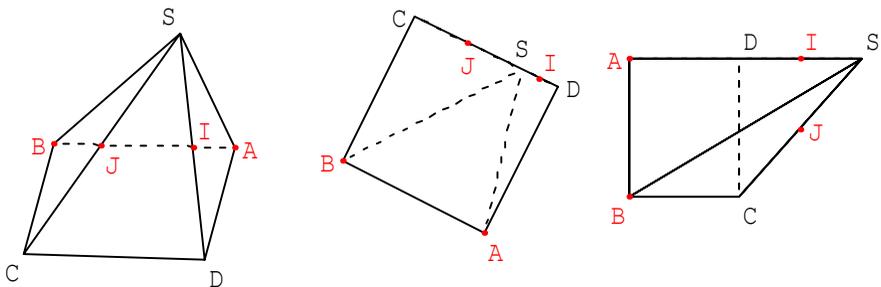
Le but de cette activité est de reconnaître la figure formée par les quatre points **A**, **B**, **I** et **J** pour faire quelques calculs de longueurs et d'aire.

Naturellement, toutes les "bonnes" observations faites devraient être démontrées à l'aide d'informations sur la figure (ces informations seront fournies dans la deuxième partie).



1. Changer de vues à l'aide du clavier ou de la souris

On peut commencer par changer de vue soit à l'aide du bouton droit de la souris, soit à l'aide des touches Maj-flèches du clavier. On peut à tout moment retrouver la vue initiale en appuyant sur CTRL F1 (maintenir appuyée la touche CTRL et appuyer sur F1). Essayer d'obtenir les vues suivantes. Pour chacune des vues présentées (y compris la vue initiale), les points qui sont représentés alignés sur le dessin sont-ils alignés dans l'espace ?



Quels sont les points alignés sur la figure de l'espace ? Peut-on obtenir des dessins où les points **A**, **B**, **C** et **D** sont représentés alignés ? Même question avec **A**, **B**, **C**, **S**. Expliquer les réponses.

2. Mettre un plan particulier de face

Lorsqu'un plan est mis de face, tous les objets qui sont dans ce plan sont représentés en "vraie grandeur" sur l'écran.

Dans le menu *Vues*, choisir l'article *Autre plan de face*, donner **ABC** comme nom de plan et 10 (ou plus) comme nombre d'étapes. Le logiciel calcule les changements de vues à effectuer pour mettre progressivement le plan (**ABC**) de face. Le dessin obtenu est difficile à interpréter : plusieurs points sont représentés confondus. Sont-ils confondus dans l'espace ?

3. Afficher un plan isolé de face

Pour mieux comprendre comment sont placés les différents éléments de la figure, Geospace permet de représenter à l'écran uniquement les objets créés contenus dans un plan choisi par l'utilisateur. Ce plan isolé peut de plus être mis de face. Tous les objets de ce plan sont alors représentés sur l'écran en vraie grandeur.

Revenir à la vue initiale par CTRL F1. Dans le menu *Afficher*, choisir l'article *Plan isolé* ou appuyer sur le bouton de la barre d'outils



représenté ci-contre.
Donner **ABC** comme nom du plan et demander qu'il soit placé de face. Que peut-on dire de la base de la pyramide ?

Appuyer sur la touche ESC (ou Echap) pour revenir au dessin de la figure entière. On retrouve le dessin obtenu précédemment avec l'article *Autre plan de face*.

Par le même procédé, placer de face le plan isolé (**ABI**). Que peut-on conjecturer pour les points **A**, **B**, **J** et **I** ? Créer les segments [**AI**], [**IJ**] et [**JB**] : dans le menu *Créer*, choisir l'article *Ligne* puis *Segments* ; taper dans l'ordre les lettres **A I I J J B** sans espace entre elles. Quelle précision peut-on apporter à la nature de la figure formée par les points **A**, **B**, **J** et **I** ?

Appuyer sur la touche ESC pour revenir à un dessin de la figure entière. Utiliser la même méthode avec chacun des plans (**ABS**), (**BCS**), (**CDS**) et (**ADS**). Écrire toutes les propriétés observées.

4. Faire afficher des longueurs de segments

Pour préciser la position de **I**, par exemple, on peut faire afficher les longueurs des segments [**SI**] et [**SD**]. Pour cela, dans le menu *Créer*, choisir l'article *Affichage*, puis *Longueur d'un segment*, entrer **SI** comme nom du segment et 3 comme nombre de décimales. Faire de même pour la longueur de [**SD**]. Que peut-on observer ?

II. Faire quelques démonstrations et des calculs

Par construction, la pyramide **SABCD** a pour base le carré **ABCD** de côté 2 et pour hauteur **[SD]** de longueur 3. Les points **I** et **J** sont les milieux respectifs de **[SD]** et **[SC]**. On peut alors démontrer que **ABJI** est un trapèze rectangle de bases **[AB]** et **[IJ]** et de hauteur **[AI]**. On cherche à calculer l'aire du quadrilatère **ABJI**.

Toutes ces définitions sont écrites dans le commentaire de la figure que l'on peut voir à l'écran par le menu *Afficher*, article *Commentaire* ou bien en appuyant sur la touche F3 du clavier.

1. Calcul de l'aire du trapèze

Utiliser les données ci-dessus et les observations faites dans l'étape précédente pour calculer les longueurs **IJ** et **AI** en utilisant les théorèmes de géométrie plane dans des plans bien choisis. Préciser chaque fois le plan dans lequel on se place ainsi que le théorème utilisé. Vérifier éventuellement les calculs en demandant la création des affichages des longueurs. Calculer l'aire du trapèze.

2. Vérification du calcul de l'aire

Après le calcul de l'aire du trapèze, on peut utiliser Geospace pour vérifier le résultat : le logiciel calcule l'aire d'un polygone convexe à condition qu'un tel objet ait été créé. Ce qui n'est pas le cas encore dans cette figure. Seuls les côtés du polygone ont été créés.

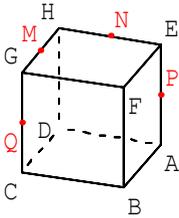
Créer d'abord le polygone convexe (menu *Créer, Ligne, Polygone convexe, défini par ses sommets*). Le nommer **T**.

Créer l'aire du polygone **T** (menu *Créer, Numérique, Calcul géométrique, Aire d'un convexe*). Nommer l'aire **a**. L'objet créé **a** n'est pas un objet dessinaable donc rien n'apparaît à l'écran. Il faut créer un affichage pour voir la valeur de **a** (Menu *Créer, articles Affichage, puis Variable numérique déjà définie*).

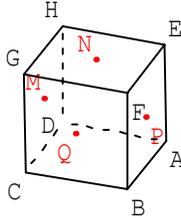
III. Organiser les observations

Diverses figures sont disponibles pour faire un travail du même type. Pour chacune d'elles, il faut organiser les observations pour répondre aux questions posées. Comme dans *Observe1.g3w*, on a volontairement limité les rappels des objets construits (faire afficher les rappels pour le constater). Une fois les observations faites, on pourra trouver une définition des objets de la figure dans le commentaire de la figure. Ces définitions permettent de démontrer les propriétés utiles pour les calculs dans chaque figure.

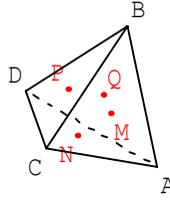
Quatre situations sont proposées. Dans chacune d'elles, on s'intéresse à la figure formée par quatre points **M**, **N**, **P** et **Q** en partant dans les deux premières d'un cube **ABCDEFGH** et dans les deux dernières d'un tétraèdre **ABCD**.



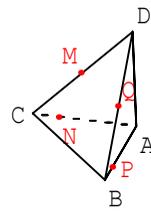
Observe2



Observe3



Observe4



Observe5

Pour chaque situation, répondre à la question : est-ce que la figure formée par **M**, **N**, **P** et **Q** est une figure plane ?

Si oui, en utilisant les définitions des objets fournies dans le commentaire, calculer l'aire du quadrilatère **MNPQ**. Vérifier avec le logiciel.

Si ce n'est pas une figure plane, ces points sont les sommets d'un tétraèdre. Que peut-on dire des faces ? Calculer l'aire de chaque face puis l'aire du tétraèdre. Vérifier le calcul avec le logiciel.

Dans Observe4, on aura intérêt à créer des milieux d'arêtes du tétraèdre **ABCD**.

IV. Catalogue de manipulations pour des observations

Dans cette partie, on regarde comment exploiter les possibilités de changement de vues et de création de Geospace pour observer quelques propriétés usuelles des objets de l'espace. Naturellement les observations permettent seulement de faire des conjectures et là encore le statut logique des différentes affirmations doit être précisé avec les élèves.

Les manipulations possibles pour l'étude des positions relatives de points sont détaillées, des études similaires pour quelques autres questions sont ensuite laissées au soin des élèves.

1. Deux points sont-ils confondus ?

Charger la figure Observe6.g3w. Elle contient quatre points libres **A**, **B**, **P** et **Q**. Chacun de ces points peut être déplacé à l'aide de la souris.

Cliquer sur le point **A** et le déplacer pour qu'il occupe la même position que **B** à l'écran. De même saisir le point **P** et l'amener à la même position que **Q** à l'écran. Comment savoir si les points **A** et **B** d'une part, **P** et **Q** d'autre part occupent la même position dans l'espace ?

Voici plusieurs manipulations à essayer pour observer si deux points **M** et **N** qui sont représentés confondus le sont dans l'espace :

- changer de vue. Si les points **M** et **N** ne sont pas confondus dans l'espace, on doit trouver une vue où ils ne seront pas confondus à l'écran. Expliquer dans quel cas deux points distincts de l'espace ont des représentations confondues à l'écran.
- essayer de créer la droite (**MN**). Si les points sont confondus le logiciel signalera que cette droite ne peut exister pour les positions actuelles des points **M** et **N**.
- faire afficher la longueur **MN**.

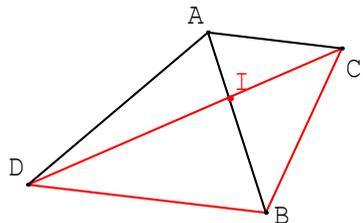
Essayer l'une de ces méthodes avec les couples de points **A** et **B** d'une part, **P** et **Q** d'autre part.

Faire afficher les rappels pour voir les définitions des quatre points. Essayer d'expliquer les différences de comportement entre les deux couples de points (consulter l'aide pour savoir comment la souris déplace les points libres).

Les points peuvent aussi être déplacés au clavier. Pour cela, dans le menu *Piloter*, choisir l'article *Piloter au clavier* et sélectionner le point à déplacer. Le point **P** se déplace à l'aide des quatre flèches. Le point **A** se déplace en plus à l'aide des touches PgUp et PgDown. Recommencer éventuellement les mêmes manipulations après avoir éloigné les points.

2. Des points (au moins trois) sont-ils alignés ?

Charger la figure *Observe7.g3w*. Le point **I** est représenté sur l'écran aligné avec les points **A** et **B** d'une part et avec les points **D** et **C** d'autre part. Ces alignements existent-ils dans l'espace ?



Pour observer si trois points **M**, **N** et **P** sont alignés dans l'espace, on peut :

- changer de vue.

Si des points ne sont pas alignés dans l'espace, on doit trouver une vue où leurs représentations ne le seront pas non plus. Expliquer dans quel cas des points non alignés dans l'espace ont des représentations alignées sur l'écran.

Si des points sont alignés dans l'espace, on peut trouver une vue où leurs représentations sont confondues. Expliquer pourquoi.

- essayer de créer le plan (**MNP**). Si les points sont alignés, le logiciel le signale par (à compléter)
- essayer de faire afficher le plan isolé (**MNP**). Si les points sont alignés....
- essayer de créer le point d'intersection des droites (**MN**) et (**MP**). Si les points sont alignés, le logiciel le signale par (à compléter).

- créer puis faire afficher la distance du point **P** à la droite (**MN**).

3. Des points (au moins quatre) sont-ils coplanaires ?

Tous les points sont bien sûr représentés dans un même plan qui est celui de l'écran. Pourtant ils ne sont pas tous dans un même plan dans l'espace.

Pour observer si les points **M**, **N**, **P** et **Q** sont coplanaires (trois d'entre eux n'étant pas alignés), on peut :

- changer de vue : s'ils sont coplanaires, on peut trouver une vue telle que les points sont représentés alignés, sinon ce n'est pas possible.
- mettre de face le plan isolé (**MNP**). Si les points sont coplanaires, on voit le point **Q**.
- essayer de créer la droite d'intersection des plans (**MNP**) et (**MNQ**). Si les points sont coplanaires, ces deux plans sont confondus et le logiciel le signale par..... (à compléter).
- créer puis faire afficher la distance de **Q** au plan (**MNP**).

Exemple d'utilisation :

Dans la figure *Observe7.g3w*, faire afficher les rappels pour voir les définitions des objets déjà créés.

Créer le plan **p** parallèle à (**BCD**) passant par **I** (menu *Créer, plan, parallèle à un plan*). Créer les points d'intersection des droites (**AC**) et (**AD**) avec **p** et les nommer respectivement **J** et **K** (menu *Créer, Point, Intersection droite plan*). Créer le centre de gravité **G** du triangle **IJK** (menu *Créer, Point, Centre(ivers), centre de gravité*) et le point **H** projeté orthogonal de **C** sur la droite (**BG**) (menu *Créer, Point, image par, projection orthogonale sur une droite*).

Ouvrir la boîte de styles pour colorier de couleurs différentes les points **G** et **H**. Sélectionner **G** et **H** dans la boîte de sélection pour les traces (menu *Afficher, Sélection trace*, cliquer sur la ligne définissant **G** puis sur celle définissant **H**).

Mettre le logiciel en mode trace (menu *Afficher, Mode trace*). Déplacer **I** sur le segment [**AB**]. Observer les traces de **G** et les traces de **H**. Que peut-on en dire ?

4. Positions relatives de deux droites

Étudier les manipulations que l'on peut faire pour observer si deux droites sont parallèles, orthogonales, sécantes, non coplanaires.

5. Position d'un point par rapport à un plan, par rapport à un polyèdre convexe

Cette dernière situation permet de travailler à nouveau sur l'interprétation des différentes vues (il n'est pas très difficile de voir les objets qui sont à l'extérieur du cube en changeant de vue : si un objet est à l'extérieur du cube, il existe au moins une vue telle que...).

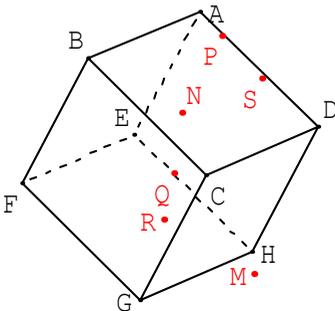
Par ailleurs, on peut ici exploiter l'opacité de certains objets (par exemple si on opacifie le cube,), ce qui n'avait pas encore été abordé.

Enfin pour préciser les positions des objets qui sont à l'extérieur du cube, divers procédés utilisant des créations sont possibles.

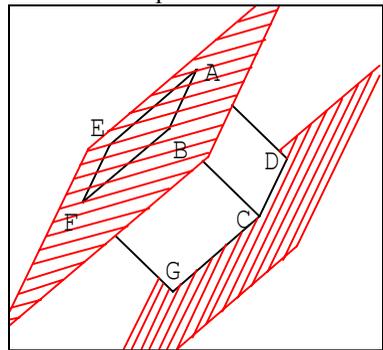
Charger la figure Observe8.g3w. **ABCDEFGH** est un cube. Trouver et décrire un procédé pour observer si les points **M**, **N**, **P**, **Q**, **R** et **S** sont à l'intérieur ou à l'extérieur du cube⁸.

Pour chacun des points qui sont à l'extérieur du cube, trouver et décrire un procédé pour observer s'il est entre deux plans parallèles limitant le cube ou non (comme sur le dessin 2). En cas de réponse oui, on essaiera de préciser toutes les paires de plans parallèles qui conviennent.

Une vue de la figure Observe8.g3w



Représentation de deux plans contenant deux faces parallèles du cube.



Section d'un polyèdre par un plan et ensemble de points

Cette activité propose la création de la section d'un tétraèdre quelconque par un plan variable parallèle à deux arêtes opposées du tétraèdre et l'observation d'un ensemble de points.

⁸Les points **M**, **N**, **P**, **Q**, **R** et **S** ont été créés comme points libres dans l'espace puis bloqués (menu *Divers*, *Filtrer*, *Interdire piloter*) pour qu'on ne puisse plus les déplacer.

La construction de la figure est décrite pas à pas ; en cela, on peut dire qu'elle ne nécessite aucune connaissance spéciale concernant les théorèmes de géométrie de l'espace. Par contre, la démonstration de la nature de la section utilise les propriétés de parallélisme dans l'espace (enseignées à l'heure actuelle en seconde). Celle de l'ensemble des points se fait à l'aide des coordonnées dans un repère (niveau "bonne première scientifique").

1. Création du tétraèdre quelconque ABCD

Le tétraèdre est obtenu à partir de quatre points libres dans l'espace (ces points peuvent occuper n'importe quelle position).

- Créer le point **A** libre dans l'espace (menu *Créer, Point, Point libre, dans l'espace*). Les points libres dans l'espace **B**, **C** et **D** peuvent être créés de la même façon ou en utilisant le bouton de la barre d'outils ou encore le raccourci clavier Ctrl B (maintenir la touche Ctrl appuyée et taper B).

- Créer le polyèdre convexe **Tr** de sommets **A**, **B**, **C** et **D** (menu *Créer, Solide, Polyèdre convexe, défini par ses sommets*).

- Ouvrir la boîte de styles pour mettre le polyèdre **Tr** en style opacifiable (menu *Divers, Style crayon*, cliquer sur le bouton dans la boîte puis sur le polyèdre **Tr** sur le dessin, fermer la boîte de styles). Si elle n'y est pas déjà, mettre la figure en mode "opaque avec parties cachées en pointillé" (menu *Afficher, article Figure en fil de fer* non coché et article *Parties cachées en pointillé* coché) ou agir sur les boutons correspondants de la barre d'outils.

On peut modifier les positions des points libres en les saisissant à la souris (cliquer sur le point avec le bouton gauche, bouger la souris en maintenant appuyé ce bouton gauche).

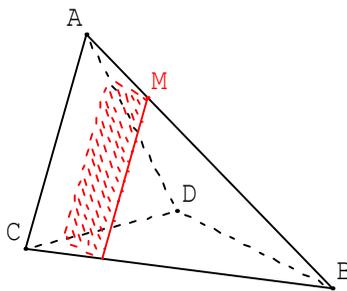
2. Création du plan et de la section du tétraèdre par ce plan.

- Créer **M** point libre sur le segment **[AB]** (menu *Créer, Point, Point libre, sur un segment*).

- Créer le plan **p** passant par **M** et parallèle aux droites (**AC**) et (**BD**) (menu *Créer, Plan, parallèle à 2 droites*).

- Créer la section **S** du tétraèdre **Tr** par le plan **p** (menu *Créer, Ligne, Polygone convexe, Section d'un polyèdre par un plan*). Ouvrir la boîte de styles pour la mettre en style hachuré et la changer éventuellement de couleur.

- On peut alors observer que, si on change les positions des points **A**, **B**, **C**, **D** ou **M** la section reste un parallélogramme.



- Remarquer que les sommets du polygone **S** défini comme section ne sont pas créés et qu'aucun article du menu ne permet de les créer directement à partir du polygone.

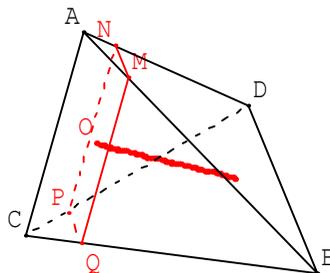
3. Création des sommets et du centre du parallélogramme S

- Créer le point **N** d'intersection du plan **p** avec **(AD)** (menu *Créer, Point, Intersection droite-plan*).
- Créer de même les points **P** et **Q** respectivement sur **(CD)** et **(CB)**.
- Créer le point **O** milieu de **[MP]** (menu *Créer, Point, Milieu*).

4. Visualisation de l'ensemble des points O lorsque M décrit le segment [AB].

- Il faut d'abord définir les objets dont on veut garder la trace (menu *Afficher, Sélection trace*). Dans la boîte qui s'ouvre, sélectionner la ligne définissant le point **O**, appuyer sur le bouton marqué "**Ok**".

- Mettre la figure en "mode trace" soit à l'aide du bouton **T** de la barre d'outils soit à l'aide du menu (menu *Afficher, mode trace*).



- Observer les changements de la barre d'outils. La plupart des boutons deviennent inactifs. Par contre on peut toujours changer de vue.

- Déplacer **M** à l'aide de la souris. Les traces du point **O** semblent être des points alignés sur le dessin. Pour vérifier que ces points sont bien alignés dans l'espace, on peut changer de vue sans sortir du "mode trace" et par exemple essayer d'obtenir une vue où la droite qui porte les traces est représentée par un point.

Patrons d'un polyèdre convexe

Création et observation de différents patrons d'une pyramide régulière à base carrée. Pour que la construction de la figure soit accessible aux élèves de lycée, on n'a pas utilisé de rotation dans l'espace, ce qui aurait permis de construire le carré de base plus rapidement.

Par contre, on se sert de deux objets prédéfinis : toute nouvelle figure de Geospace contient au départ des objets dits prédéfinis dont on peut voir la définition en faisant afficher les rappels (menu *Afficher, Rappels*, ou touche F2 ou bouton  de la barre d'outils).

1. Création d'une pyramide régulière SABCD

La base est un carré dans le plan **oxy**, le sommet **S** est sur l'axe **oz**. Le plan **oxy** est muni d'un repère d'origine **o** et d'axes **ox** et **oy**. On peut créer des points repérés dans ce plan.

La droite **oz** est perpendiculaire au plan **oxy** et passe par le point **o**.

- Créer le point **A** de coordonnées (1,1) dans le repère du plan **oxy** (menu *Créer, Point, Point repéré, dans un plan* puis donner **oxy** comme nom de plan, 1 pour abscisse et 1 pour ordonnée).

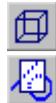
- Créer le point **B** comme image de **A** par la symétrie orthogonale d'axe **ox** (menu *Créer, Point, Point image par, symétrie axiale*).

- Créer **C** et **D** comme images de **A** et **B** par la symétrie centrale de centre **o** (menu *Créer, Point, Point image par, symétrie centrale*).

- Créer **S** point libre sur **oz** (menu *Créer, Point, Point libre, sur une droite*).

- Créer le polyèdre de nom **P_{yra}** défini par les sommets **ABCDS** *dans cet ordre* (menu *Créer, Solide, Polyèdre convexe, défini par ses sommets*). Utiliser éventuellement la boîte de styles pour hachurer cette pyramide ou lui donner le style opacifiable (menu *Divers, Style crayon*, cliquer sur le bouton  ou un bouton de hachure dans la boîte puis sur le polyèdre **P_{yra}** sur le dessin, fermer la boîte de styles).

- Mettre la figure en mode opaque, parties cachées non dessinées, ou vérifier que la figure est dans ce mode. (On doit voir les boutons ci-contre non enfoncés sur la barre d'outils ; dans le menu *Afficher*, les options *Figure en fil de fer* et *Parties cachées en pointillé* ne doivent pas être cochées.)



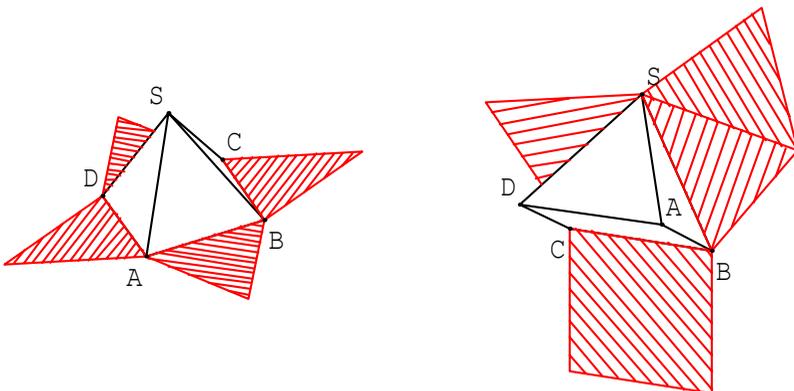
2. Création d'un premier patron

Geospace permet de créer un patron plan usuel d'un polyèdre convexe mais aussi de simuler le passage du polyèdre au patron plan grâce à un coefficient d'ouverture. Si le coefficient d'ouverture est nul, le "patron" est collé sur le polyèdre, s'il vaut 1, le "patron" est plan. On peut donc simuler l'ouverture en prenant comme coefficient d'ouverture une variable réelle variant entre 0 et 1.

- Créer une variable réelle **a** dans l'intervalle [0,1] (menu *Créer, Numérique, Variable réelle libre dans un intervalle*).
- Créer le patron P_{tr} de P_{yra} (menu *Créer, Solide, Patron d'un polyèdre*). Sélectionner la variable **a** pour la piloter avec les flèches du clavier (menu *Piloter, Piloter au clavier*, cliquer sur la ligne définissant **a**) puis faire varier **a** pour obtenir le patron plan. Le patron s'est "développé autour" de la base **ABCD**.

3. Création d'autres patrons

- Modifier le polyèdre P_{yra} (menu *Divers, Modifier/Dupliquer* ou bouton de la barre de boutons) en donnant les sommets **SABCD** dans cet ordre. Observer le patron obtenu. Faire de nouveaux essais en changeant l'ordre des sommets. Comment la pyramide a-t-elle été définie dans les figures représentées ci-dessous ?



Avec des coordonnées

Toute figure Geospace est munie d'un repère orthonormal R_{xyz} d'origine o . Le déplacement des points libres dans l'espace étant difficile à maîtriser, la plupart des figures usuelles se créent plus facilement avec des points définis par leurs coordonnées dans ce repère. On pourra le constater en regardant la définition des objets dans les figures de base qui accompagnent le logiciel.

La situation qui suit nécessite des connaissances élémentaires sur les trois coordonnées d'un point et sur le calcul des longueurs dans un repère orthonormal.

1. Création de la première figure

- Faire afficher le repère R_{xyz} (menu *Afficher, Repère Rxyz affiché*, ou touche F6 du clavier ou bouton reproduit ci-contre).



- Créer les points **A**, **B** et **C** de coordonnées respectives **A** (2 ; 4 ; 2), **B** (4 ; 0 ; 1) et **C** (0 ; 2.5 ; 4) (menu *Créer, Point, Point repéré, dans l'espace*). Créer le triangle **ABC** (menu *Créer, Ligne, polygone convexe, défini par ses sommets*).

Le nommer par exemple **T** et le hachurer en ouvrant la boîte de styles (menu *Divers, Style crayon* ou cliquer sur le bouton ci-contre).



Calculer les longueurs **AB**, **BC** et **AC**. Quelle est la nature du triangle **ABC** ?

Vérifier en plaçant de face le plan isolé **ABC**.

- Créer ensuite le point **A'**, projeté orthogonal de **A** sur le plan **oxy** (menu *Créer, Point, Point image par, projection orthogonale sur un plan*). Quelles sont les coordonnées de **A'** (justifier la réponse) ?

Créer le triangle **A'BC**. Placer de face le plan isolé **A'BC**. Le triangle **A'BC** est-il de même nature que le triangle **ABC** ? Démontrer la réponse.

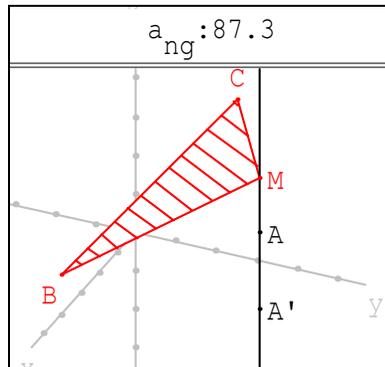
2. Points M de la droite (AA') tel que le triangle BCM soit rectangle en M

- Supprimer les triangles **ABC** et **A'BC** (menu *Divers, Supprimer*, cliquer sur les deux lignes définissant ces polygones et appuyer sur le bouton Ok).

- Créer un point libre **M** sur la droite (**A'A**) (menu *Créer, Point, Point libre, sur une droite*) et le triangle **BCM**.

Recherche d'une conjecture

On veut utiliser le logiciel pour chercher les points **M** de la droite (**A'A**) tels que **BCM** soit rectangle en **M**.



Piloter **M** au clavier plutôt qu'à la souris pour mieux maîtriser le déplacement. Observer le triangle **BCM**. Comment voir s'il est rectangle en **M** ?

- On peut s'intéresser à une mesure en degrés de l'angle \widehat{BMC} . Créer cette mesure (menu *Créer, Numérique, Calcul géométrique, Angle géométrique*). Dans la boîte de dialogue, choisir une mesure en degrés, nommer l'angle **ang** puis créer l'affichage de **ang** (menu *Créer, Affichage, Variable numérique déjà définie*).

- On peut observer le triangle **BCM** en vraie grandeur en le mettant de face (menu *Vues, Vue avec un autre plan de face*). Observer alors que si on déplace **M**, le plan (**BCM**) change de position dans l'espace et donc qu'il n'est plus de face. Créer une commande mettant de face le plan (**BCM**) (menu *Créer, Commande, Changement de vue, par choix d'un plan de face*, donner **BCM** comme nom de plan et **espace** comme nom de touche). Il suffit alors d'appuyer sur la barre d'**espace** pour remettre de face le plan (**BCM**).

On peut aussi imaginer d'autres procédés pour observer (création d'autres objets par exemple). Décrire la méthode utilisée pour les observations. Combien y a-t-il de solutions ?

Démonstration

On appelle **a** la cote de **M**. Quelles sont les coordonnées de **M** ? Calculer BM^2 et CM^2 en fonction de **a**. Déterminer **a** pour que **BCM** soit rectangle en **M**.

3. Explication géométrique du nombre de solutions et généralisation

- Quel est l'ensemble **E** des points **N** de l'espace tels que **BCN** soit rectangle en **N** ? Créer cet ensemble (parcourir le menu *Créer* pour trouver l'article adéquat).

- Comment peut-on caractériser les points **M** de la droite (**A'A**) tels que **BCM** soit rectangle en **M** ? Construire les solutions sur la figure sans utiliser les points repérés.

- Expliquer pourquoi on obtient ce nombre de solutions.

4. Faire une étude similaire pour les points **M** tels que **ABM** soit isocèle en **M**

Organiser la recherche, la démonstration et l'explication géométrique.