

# Les prototypes

Ce chapitre introduit la notion ; les exemples fournis sous forme de fichiers sont décrits plus loin. Cette notion est assez délicate : les premiers essais de fabrication de prototypes risquent d'amener à des résultats curieux ; ne pas hésiter à travailler sur les exemples fournis et à consulter l'aide en ligne.

## La notion de prototype

Dans une figure-Geoplan ou dans une figure-Geospace, un **prototype** est une sorte de fonction au sens informatique du terme qui, à partir d'objets de départ fournit un objet résultant, **l'objet construit suivant ce prototype**. Quand on fabrique un prototype, c'est cette fonction qu'on bâtit, fonction qui permettra ensuite de créer des objets suivant ce prototype. On peut ensuite installer le prototype dans d'autres figures. Il est d'ailleurs automatiquement installé dans la figure qui a servi à le construire.

Un prototype est fait pour être **utilisé dans n'importe quelle figure**. Il doit donc être **autonome**. De plus, il est clair que l'objet résultant construit par un prototype doit être déterminé par les objets de départ.

## Fabrication à partir d'un exemple dans une figure

La fabrication d'un prototype se fait en général à partir d'un exemple dans une figure **F** : on part d'un objet **A** dont la fabrication servira de modèle, c'est à dire que cet objet **A** servira d'exemple d'objet résultant. Cet objet **A** a été construit, dans la figure **F**, directement ou indirectement, à partir d'autres qui sont ses "antécédents" dans cette figure.

On choisit un ou plusieurs des antécédents de cet objet **A** pour décrire les objets de départ permettant de construire l'objet résultant par le prototype sur le modèle de **A**. Il faut évidemment que les antécédents choisis déterminent **A** en ce sens que leurs valeurs déterminent toujours la valeur de **A**.

De plus, le principe d'autonomie fait que chaque antécédent retenu doit être "libéré" de sa construction dans la figure **F** ; autrement dit, le prototype doit oublier la manière dont cet antécédent a été bâti dans **F** pour ne retenir que son genre (point, cercle, nombre, transformation etc.) et en faire une variable (de ce genre) d'entrée du prototype.

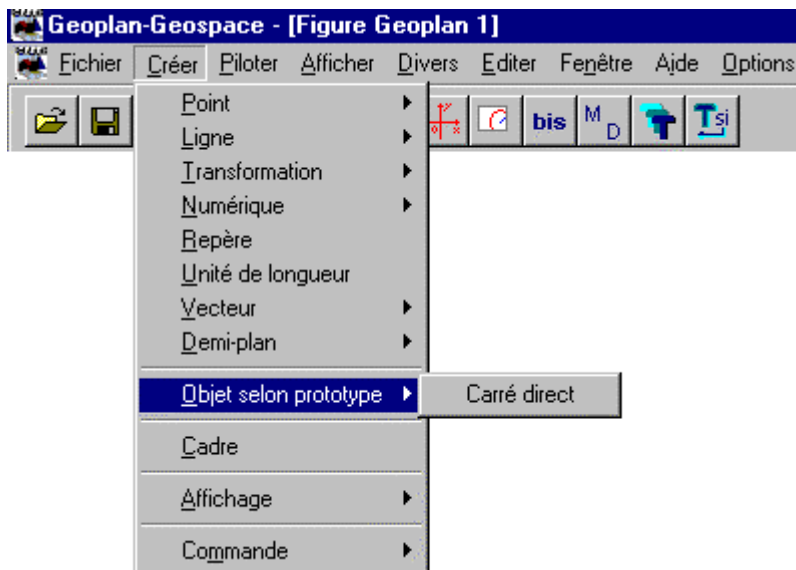
## Exemple simple : Carré direct

C'est volontairement que cet exemple n'est pas fourni sous forme de fichier : il doit être reconstruit par le lecteur lui-même à l'aide de ce texte et du logiciel.

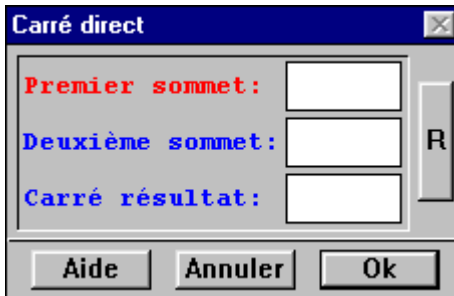
### Le carré direct défini par deux sommets consécutifs

Si on connaît deux sommets d'un carré et si on sait que ces deux sommets sont consécutifs quand on tourne dans le sens direct (sens inverse des aiguilles d'une montre), alors le carré est uniquement déterminé. Nous dirons que ce carré est le "carré direct" construit sur ce couple de sommets. La création en un coup du carré direct à partir de deux sommets consécutifs n'est pas prévue par le menu *Créer*. La notion de prototype va nous permettre de combler ce manque.

Commençons par décrire une construction possible : le troisième sommet (dans le sens direct) est l'image du premier par la rotation de centre le second et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$  ; le quatrième est l'image du second par la rotation de centre le premier et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ . Nous allons fabriquer un prototype que nous nommerons par exemple *Carré direct*. L'item *Carré direct* apparaîtra dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer*.



Quand nous activerons cet item, la boîte de dialogue ci-contre s'ouvrira, qui nous permettra de donner à Geoplan les noms de deux points de la figure et le nom du carré direct construit sur ces deux points.



### Fabrication du prototype

Comment est-on arrivé à modifier ainsi Geoplan ? En installant dans la figure un prototype convenable dont nous allons décrire la fabrication.

On commence par réaliser effectivement dans une figure la construction du carré direct à partir des deux sommets consécutifs. Si A et B sont deux points de la figure, alors le texte suivant construit le polygone K qui est le carré direct ayant A et B comme sommets consécutifs :

*C image de A par la rotation de centre B et d'angle  $-\pi/2$  (radian)*

*D image de B par la rotation de centre A et d'angle  $\pi/2$  (radian)*

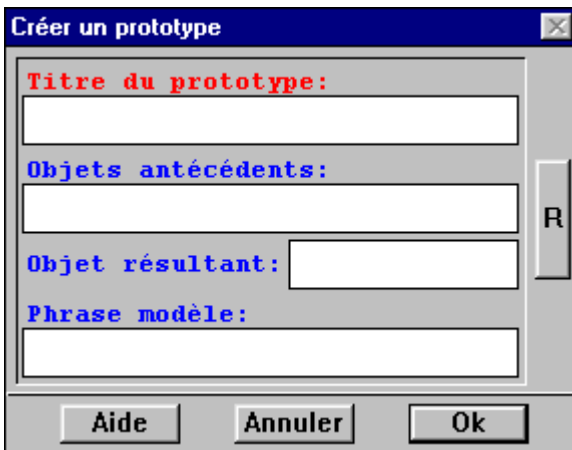
*K polygone ABCD*

Nous allons alors dire à Geoplan qu'il doit considérer cette construction comme l'exemple générateur d'un prototype.

Pour cela, dans le menu *Divers*, choisissons l'item *Créer un prototype*. Il s'ouvre alors la boîte de dialogue ci-contre.

Le titre du prototype est le texte qui apparaîtra dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer*.

Décidons de prendre comme titre *Carré direct*.

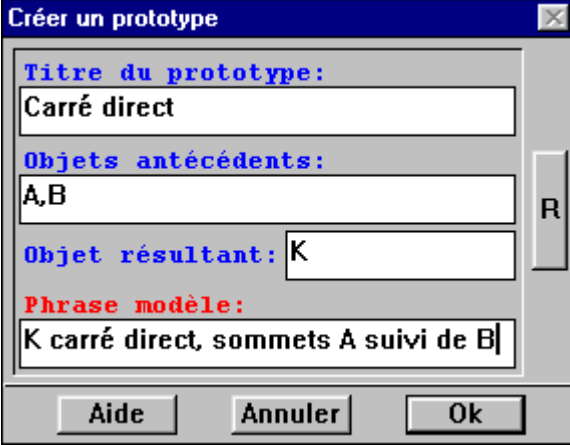


Les antécédents sont bien évidemment les points A et B et l'objet résultant est le polygone K. **Les noms des antécédents doivent être séparés par des virgules.**

La phrase modèle est celle qui apparaîtra dans les rappels d'une figure quand on y a créé un carré direct. **Elle doit commencer par le nom de l'objet résultant et contenir les noms des antécédents, tous ces noms étant séparés par des mots ou des virgules. Ne pas utiliser de mots créant des ambiguïtés d'analyse par confusion avec les noms des antécédents**<sup>5</sup>.

Nous pouvons par exemple choisir ici la phrase modèle suivante :

*K carré direct, sommets A suivi de B*



The image shows a dialog box titled "Créer un prototype". It has a blue title bar with a close button. The main area contains four text input fields with labels in blue: "Titre du prototype:" (value: "Carré direct"), "Objets antécédents:" (value: "A,B"), "Objet résultant:" (value: "K"), and "Phrase modèle:" (value: "K carré direct, sommets A suivi de B"). To the right of the input fields is a vertical scrollbar. At the bottom, there are three buttons: "Aide", "Annuler", and "Ok".

La boîte remplie devient donc :

L'appui sur le bouton OK installe le prototype dans la figure. Ceci se manifeste de deux manières : l'apparition de l'item *Carré direct* dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer* et l'installation, au début du texte de la figure, d'un morceau de texte décrivant le prototype. Ici ce morceau de texte est :

- Début de [Carré direct]
- A point donné
- B point donné
- C image de A par la rotation de centre B et d'angle  $-\pi/2$  (radian)
- D image de B par la rotation de centre A et d'angle  $\pi/2$  (radian)
- K polygone ABCD
- Description de l'interface
- K carré direct, sommets A suivi de B

---

<sup>5</sup> Ainsi si un objet s'appelle "taux", ne pas utiliser ce mot autrement que pour le désigner. Par exemple la phrase "*I intérêt composé rapporté par S au taux taux pendant n années*" ne sera pas comprise.

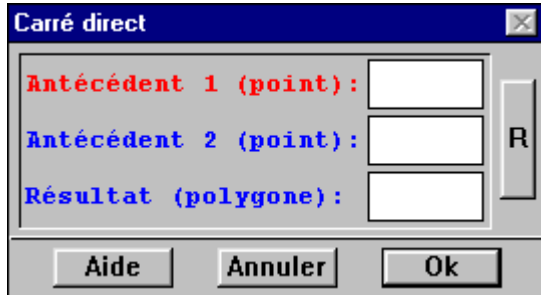
Il y a une exception à la règle qui veut que les noms des antécédents soient séparés, c'est le cas des noms de points : si A, B et C sont les points antécédents du triangle T, une phrase modèle comme "*T triangle des milieux des côtés du triangle ABC*" sera acceptée.

Antécédent 1 (point):  
Antécédent 2 (point):  
Résultat (polygone):  
Aide particulière non écrite.  
Fin de [Carré direct]

Nous retrouvons dans ces lignes la construction de K à partir de A et de B ainsi que la phrase modèle que nous avons choisie.

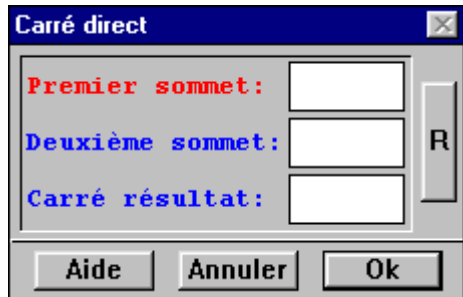
### Travail sur le texte de la figure pour améliorer l'interface

Si nous laissons ces lignes comme elles sont, quand un utilisateur voudra créer un carré direct sur deux points, mettons U et V, alors, en utilisant l'item *Carré direct* dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer*, il aura droit à la boîte de dialogue ci contre.



On peut vérifier que les intitulés qui apparaissent dans cette boîte sont ceux qui sont alors dans la description du prototype dans le texte de la figure.

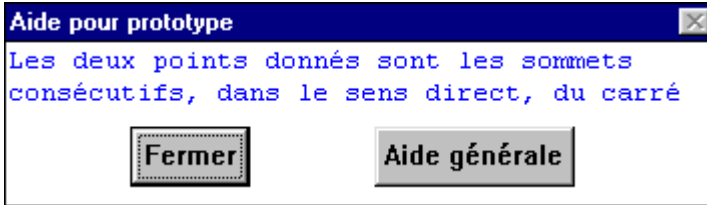
Nous pouvons donc les modifier sous l'éditeur de texte pour les rendre plus explicites. Par exemple, remplacer *Antécédent 1 (point):* par *Premier sommet :* etc. Faisons-le et demandons l'exécution du texte de la figure. La boîte de dialogue de création d'un carré direct prendra l'aspect ci-contre.



### Aide particulière

Si nous désirons fournir une aide sur ce prototype, il suffit, dans le texte décrivant le prototype, de la mettre à la place de la ligne *Aide particulière non écrite*.

Ainsi pour obtenir l'aide :



il suffit de remplacer dans le texte le prototype cette ligne par :

*Les deux points donnés sont les sommets  
consécutifs, dans le sens direct, du carré*

puis de faire exécuter le texte de la figure.

Notons que les passages à la ligne dans la fenêtre d'aide sont ceux du texte ci-dessus : il n'y a pas de cadrage automatique du texte de l'aide particulière lors de son affichage.

### La description textuelle définitive du prototype

Le texte définitif du prototype est devenu :

Début de [Carré direct]  
A point donné  
B point donné  
C image de A par la rotation de centre B et d'angle  $-\pi/2$  (radian)  
D image de B par la rotation de centre A et d'angle  $\pi/2$  (radian)  
K polygone ABCD  
Description de l'interface  
K carré direct, sommets A suivi de B  
Premier sommet :  
Deuxième sommet :  
Carré résultat :  
Les deux points donnés sont les sommets  
consécutifs, dans le sens direct, du carré  
Fin de [Carré direct]

Nous pouvons l'insérer dans le texte de n'importe quelle figure, par exemple en copiant-collant.

Ceci termine la description de l'exemple *Carré direct*.

## Prototype donnant une fonction

Un prototype peut créer une fonction numérique (de une, deux ou trois variables numériques).

### Fonction fournie par son expression

Le cas le plus simple est celui où la fonction est construite explicitement dans le prototype à l'aide de son expression sous la forme (pour une fonction d'une variable)

f fonction:  $x \mapsto \dots$ , où les points représentent une expression en  $x$ .

ou encore (pour une fonction de deux variables) :

f fonction:  $(x,y) \mapsto \dots$ , où les points représentent une expression en  $x$  et  $y$ .

Exemple: fournit la fonction  $g$ ,  $T$ -périodique, dont la restriction sur  $[0,T]$  est égale à celle de  $f$ .

```
Début de [Périodisée]
f fonction donnée
T réel donné
g fonction:  $x \mapsto f(x - T \text{int}(x/T))$ 
Description de l'interface
g périodisée de f avec période T
Fonction à périodiser:
Période (nombre réel):
Résultat (fonction):
Fin de [Périodisée]
```

Commentaire : pour faciliter la lecture, dans l'écriture  $f(x - T \text{int}(x/T))$ , "int" désigne la fonction partie entière ; il faut donc décomposer  $T \text{int}(x/T)$  en "T multiplié par partie entière du quotient de  $x$  par  $T$ ".

Même exemple, mais avec des fonctions de deux variables :

```
Début de [Double périodisée]
F fonction à 2 variables donnée
U réel donné
V réel donné
G fonction:  $(x,y) \mapsto F(x - U \text{int}(x/U), y - V \text{int}(y/V))$ 
Description de l'interface
G double périodisée de F avec périodes U et V
Fonction à périodiser (fonction à 2 variables):
Période 1 (nombre réel):
```

Période 2 (nombre réel):  
Résultat (fonction à 2 variables):  
Aide particulière non écrite.  
Fin de [Double périodisée]

Remarque : L'utilisation d'un prototype pour créer une fonction définie par une expression n'est pas indispensable puisqu'on peut créer directement cette fonction mais elle est très intéressante pour créer des fonctions très compliquées, comme les séries de Fourier par exemple, à utiliser plusieurs fois. D'autre part l'utilisation d'un prototype permet de réduire le nombre des objets de la figure et d'améliorer grandement la lisibilité des rappels.

### Fonction fournie par une construction

Un cas très intéressant est celui où la fonction n'est pas explicitée par une simple expression algébrique : on la construit en indiquant comment on obtient la valeur de la fonction pour chaque valeur de la variable (ou des variables) par des procédés mathématiques comme une construction géométrique par exemple.

Pour cela, il faut utiliser une syntaxe un peu particulière : la ou les variables muettes sont nommées et ces variables servent d'objets de base à la construction d'une variable liée qui sera en définitive la valeur de la fonction.

Exemple d'une telle fonction numérique décrite à partir d'une construction géométrique:

Début de [Secante]  
x variable muette  
D droite d'équation  $Y=1$  (repère Roxy)  
C cercle de centre o et de rayon 1 (unité Uoxy)  
M point sur le cercle C, angle /ox: x (radian)  
S point d'intersection des droites (oM) et D  
y abscisse de S dans le repère (oM)  
Description de l'interface  
f fonction secante  
nom de la fonction:  
La fonction secante a pour valeur l'inverse de celle de la fonction sinus.  
Si f est une telle fonction, alors  $\backslash f(x)=1/\sin(x)\backslash$   
Elle est ici fabriquée par un procédé géométrique.  
Fin de [Secante]

Contrairement aux autres prototypes, il n'est pas obligatoire que la phrase modèle (*f fonction secante*) commence par le nom du dernier objet créé (celui décrit juste avant la ligne "Description de l'interface" et appelé ici "y" nom qui n'intervient pas dans l'utilisation du prototype). En effet, ce n'est pas ce dernier objet qui sera le prototype mais la fonction qui est ainsi définie : **pour chaque**



**valeur de la variable muette, la valeur de la fonction est celle du dernier objet.**

La phrase modèle doit commencer par un nom (quelconque) qui sera remplacé dans les rappels par le nom de l'objet créé selon ce prototype. Les phrases *f fonction secante* et *Tartempion fonction secante* sont donc équivalentes.

Les noms des variables muettes peuvent être n'importe quels noms autorisés pour les variables numériques.

Deuxième remarque: comme il n'y a pas d'antécédents (la variable muette n'en est pas un), tous les objets créés selon ce prototype sont égaux (à la fonction secante).

On ne peut pas créer ce texte si on utilise l'article *créer un prototype*. Une façon de procéder (outre l'écriture directe du texte qui est souvent la plus commode avec un peu d'habitude) est de créer une variable  $x$  et une variable  $y$  liée à  $x$  par le procédé ci-dessus. On obtiendrait:

```
Début de [Secante]
x réel donné
D droite d'équation Y=1 (repère Roxy)
C cercle de centre o et de rayon 1 (unité Uoxy)
M point sur le cercle C, angle /ox: x (radian)
S point d'intersection des droites (oM) et D
y abscisse de S dans le repère (oM)
Description de l'interface
y = sec(x)
Antécédent 1 (nombre réel):
Résultat (nombre réel):
Aide particulière non écrite.
Fin de [Secante]
```

Il suffit ensuite de remplacer à la main la ligne "*x réel donné*" par "*x variable muette*", de supprimer la ligne "*Antécédent 1 (nombre réel):*", de remplacer, pour être plus clair, "*y = sec(x)*" par "*f fonction secante*" (en effet la fonction ne dépend pas de  $x$ , il est donc naturel de l'éliminer de la phrase de rappel) et "*Résultat (nombre réel):*" par "*nom de la fonction:*" (et d'adapter l'aide).

Remarque: ce dernier exemple fabrique un type de variable liée à une autre par une relation fonctionnelle mais pas un type dont les objets sont des fonctions. On pourra créer à l'aide ce type des objets décrits par une expression du genre  $u = \sec(a)$ , comme on peut créer (par l'article *Calcul algébrique*)  $u = \sin(a)$ . Une expression n'est pas une fonction mais peut servir à décrire une fonction. C'est la raison pour laquelle on doit modifier le prototype (ce qui est prévu d'être fait à la main).

On retrouve ici les principes formels, au demeurant abstraits, qui font que depuis déjà assez longtemps on distingue entre la fonction  $f$  et son expression en  $x$  notée  $f(x)$ . On ne dit plus "soit la fonction  $y=\sin(x)$ " mais on dit "soit la fonction  $f$  définie par l'expression  $\sin(x)$  où  $x$  est la variable".

Autre remarque : il aurait été possible de ne garder que le procédé ci-dessus pour créer des fonctions par prototype. Ainsi le prototype du paragraphe précédent, "périodisant" une fonction, peut-il se mettre sous la forme :

```
Début de [Périodisée]
f fonction donnée
T réel donné
x variable muette
y=f(x-Tint(x/T))
Description de l'interface
g periodisée de f avec période T
Fonction à périodiser:
Période (nombre réel):
Résultat (fonction):
Fin de [Périodisée]
```

### Exemple dans l'espace

Nous avons donné ci-dessus des exemples de prototypes dans le cas de la figure-Geoplan. Tout ce qui a été dit reste valable pour la figure-Geospace. Donnons un exemple simple.

Dans les menus de la figure-Geospace, on trouve bien le rayon d'un cercle, mais pas celui d'une sphère. Le prototype suivant va corriger cette absence :

```
Début de [Rayon de sphère]
S sphère donnée
U point libre sur la sphère S
V point libre sur la sphère S
P plan médiateur du segment [UV]
C section de la sphère S par le plan P
R rayon de C (unité de longueur Uxyz)
Description de l'interface
R rayon de S
Antécédent 1 (sphère):
Résultat (nombre réel):
Aide particulière non écrite.
Fin de [Rayon de sphère]
```

### Remarque sur les objets libres dans les prototypes

L'exemple décrit plus haut de prototype donnant le centre d'une sphère donnée n'est pas très satisfaisant car il fait appel au plan médiateur de deux points libres U et V sur la sphère et qu'en toute rigueur, il ne traite pas le cas où ces points sont confondus.

Pour éviter ce problème, il suffit de préciser les positions des points libres utilisés en les choisissant distinctes.

Par exemple :

U point libre sur la sphère S  
Objet libre U, paramètres: 0, 0  
V point libre sur la sphère S  
Objet libre V, paramètres: 90, 0

Ainsi, que ce soit dans l'espace ou dans le plan, dans tous les cas où on souhaite empêcher le choix aléatoire (donc inconnu) de la valeur d'un objet libre utilisé dans un prototype, il est possible de préciser cette valeur.

## Commentaires

### Sur le choix des antécédents

Il se peut qu'il y ait plusieurs manières de choisir les antécédents de l'objet qui servira de modèle.

Donnons un exemple volontairement très simple :

dans une figure on a construit les trois objets :  $\mathbf{a} = \mathbf{4}$  ;  $\mathbf{b}$  réel libre ;  $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}^2$  .

On construit deux prototypes :

prototype 1 : antécédent choisi  $\mathbf{b}$ , résultat choisi  $\mathbf{c}$  ; ce prototype sera décrit par  $\mathbf{a} = \mathbf{4}$  ;  $\mathbf{b}$  réel donné ; objet résultant  $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}^2$

prototype 2 : antécédents choisis  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$ , résultat choisi  $\mathbf{c}$  ; ce prototype sera décrit par

$\mathbf{a}$  réel donné ;  $\mathbf{b}$  réel donné ; objet résultant  $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}^2$

Dans le prototype 2,  $\mathbf{a}$  ayant été choisi comme antécédent, Geoplan "oublie" comment il a été construit, ne retenant que le fait qu'il s'agit d'un nombre.

### Limitations pour les antécédents et le résultat

Les genres des objets de départ (antécédents du prototype) sur lesquels peut agir un prototype sont tous ceux qui peuvent servir d'antécédent dans la construction d'un objet.

Pour les figures-Geoplan, ce sont les points, droites, demi-droites, segments, cercles, arcs, variables réelles, vecteurs, repères, unités de longueur, transformations, fonctions à une, deux ou trois variables, suites, ainsi que les objets créés selon prototype.

Pour les figures-Geospace, il faut ajouter à cette liste les plans, les polyèdres, les sphères, les cônes, les cylindres et les troncs de cône ainsi que les polygones convexes.

Les courbes, les rectangles, les polygones (dans le plan), les demi-plans sont donc exclus, tout comme les cadres, les affichages et les commandes.

Le résultat ne peut pas être un objet libre, ni un affichage, ni une commande, ni une droite définie par deux points, ni une demi-droite définie par deux points, ni un segment défini par deux points (utiliser des droites nommées, demi-droites nommées ou des segments nommés), ni, dans l'espace, un plan défini par trois points (utiliser des plans nommés).

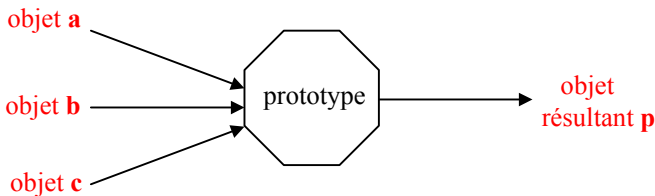
### Installation dans une figure

Le texte de la figure qui a servi à fabriquer un prototype contient le texte de définition de ce prototype. Il est situé, suivant le cas, après le titre "Figure Géoplan" ou le titre "Figure Géospace" et entre les lignes *Début de [..]* et *Fin de [..]* où les points de suspension représentent le nom du prototype.

Quand un prototype est présent dans une figure, on peut l'utiliser dans une autre figure. Il suffit de copier le paragraphe décrivant le prototype dans le texte de la première figure puis de le coller dans la seconde, après le titre et avant le reste du texte. On peut inclure plusieurs définitions de prototypes dans une même figure.

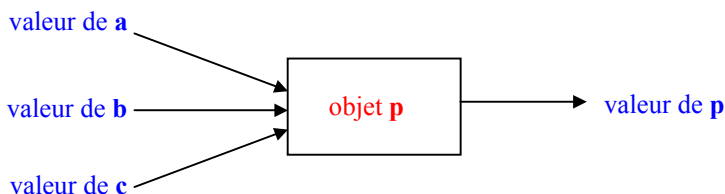
### Remarque sur la nature des prototypes et sur le vocabulaire

Comme indiqué au début de ce chapitre, un prototype construit des objets à partir d'autres.



Sa nature est différente de celle des objets. Elle est la même que celle des fonctions de création d'objets accessibles par les items terminaux du menu *Créer*, fonctions qui sont en quelque sorte des "prototypes prédéfinis".

Une fois l'objet créé, il agit lui-même, ainsi que tous les objets dans Geoplan-Geospace, comme une sorte de fonction, mais cette fois au niveau des valeurs : à partir des valeurs de ses antécédents, il fournit une valeur qui est un nombre, un point, une droite etc. (ou rien si sa valeur n'existe pas).



Il est clair, comme souvent en mathématiques ou en informatique, qu'essayer d'utiliser un vocabulaire rigoureusement conforme à la nature de ce dont on parle rend le discours très lourd et du coup parfois incompréhensible. Ainsi, dans la description textuelle fournie par Geoplan-Geospace lors de la fabrication d'un prototype, les objets d'entrée sont-ils dénommés par des locutions du genre "A point donné", "F transformation donnée" etc. La rigueur aurait demandé qu'on mette à la place des locutions du genre "A variable dans l'ensemble des points" ou "F variable dans l'ensemble des transformations".

De même on peut attirer ici l'attention sur le fait que parler des "antécédents d'un prototype" n'est pas correct car un prototype n'est pas un objet : c'est l'objet résultant qui a des antécédents. Finalement, confondre le prototype et l'objet résultant est du même niveau que confondre une fonction  $f$  et son expression  $f(x)$ .